

自由時報 參考解答

此參考解答由台北市補習教育事業協會提供
正式解答請以大考中心提供為準

大學入學考試中心 108 學年度指定科目考試試題 數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：• 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。

- 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
- 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A，B，C，……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\square^3$ 與第 19 列的 $\square^8$ 畫記，如：

18	$\square^1$	$\square^2$	$\blacksquare^3$	$\square^4$	$\square^5$	$\square^6$	$\square^7$	$\square^8$	$\square^9$	$\square^0$	$\square^-$	$\square^+$
19	$\square^1$	$\square^2$	$\square^3$	$\square^4$	$\square^5$	$\square^6$	$\square^7$	$\blacksquare^8$	$\square^9$	$\square^0$	$\square^-$	$\square^+$

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\square^-$ 與第 21 列的 $\square^7$ 畫記，如：

20	$\square^1$	$\square^2$	$\square^3$	$\square^4$	$\square^5$	$\square^6$	$\square^7$	$\square^8$	$\square^9$	$\square^0$	$\blacksquare^-$	$\square^+$
21	$\square^1$	$\square^2$	$\square^3$	$\square^4$	$\square^5$	$\square^6$	$\blacksquare^7$	$\square^8$	$\square^9$	$\square^0$	$\square^-$	$\square^+$

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 74 分）

一、單選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

- 3 1. 設 a 、 b 為循環小數， $a=0.\overline{12}$ 、 $b=0.\overline{01}$ 。則 $a-b$ 的值是下列哪一個選項？

- (1) 0.11
- (2) 0.1111
- (3) $\frac{1}{9}$
- (4) $\frac{10}{99}$
- (5) $\frac{100}{999}$

- 1 2. 坐標平面上，直線 $y=2x$ 與直線 $y=-3x+5$ 將坐標平面分割成四個區域。試問下列哪一個選項中的點會和點 $(1,1)$ 在同一個區域？

- (1) $(20, -56)$
- (2) $(13, -33)$
- (3) $(-1, 1)$
- (4) $(-15, -29)$
- (5) $(-20, -29)$

3. 若向量 $\vec{A} = (a_1, a_2)$ ，向量 $\vec{B} = (b_1, b_2)$ ，且內積 $\vec{A} \cdot \vec{B} = 1$ ，則矩陣乘積 $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$ 等於

下列哪一個選項？

- (1) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$
- (2) $\begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix}$
- (3) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (4) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$
- (5) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

二、多選題（占 32 分）

說明：第 4 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

- 2
3
4. 已知正整數 a 與正整數 b 的乘積是 11 位數，而 a 除以 b 的商之整數部分是 2 位數，則 a 可能 為幾位數？
- (1) 5 位數
 - (2) 6 位數
 - (3) 7 位數
 - (4) 8 位數
 - (5) 9 位數

- 2
4
5
5. 考慮如下的九宮格：

1	2	3
4	5	6
7	8	9

編號 1、3、7、9 的四格稱為「角」，編號 2、4、6、8 的四格稱為「邊」，而編號 5 的格子稱為「中心」。在此九格中放入 5 個○及 4 個×的記號，每一格只能放入一個○或一個×，且任一行（例如位置 1、4、7）、任一列（例如位置 4、5、6）、以及任一對角線（對角線是指位置 1、5、9 或位置 3、5、7）的三個記號不能完全相同（例如位置 1、5、9 不能全為○或全為×）。試選出正確的選項。

- (1) 若在中心放○，則可能有三個○放在邊上
- (2) 若在中心放○，則一定恰有兩個○放在角上
- (3) 若在中心放×，則一定恰有兩個×放在角上
- (4) 中心放○的方法共有 8 種
- (5) 中心放×的方法共有 4 種

- 2
5
6. 某商店出售 10 種不同款式的公仔。今甲、乙、丙三人都各自收集公仔。試選出正確的選項。

- (1) 若甲、乙兩人各自收集 6 款公仔，則他們兩人合起來一定會收集到這 10 款不同的公仔
- (2) 若甲、乙兩人各自收集 7 款公仔，則至少有 4 款公仔是兩人都擁有
- (3) 若甲、乙、丙三人各自收集 6 款公仔，則至少有 1 款公仔是三人都擁有
- (4) 若甲、乙、丙三人各自收集 7 款公仔，則至少有 2 款公仔是三人都擁有
- (5) 若甲、乙、丙三人各自收集 8 款公仔，則至少有 4 款公仔是三人都擁有

- 3
4
7. 某甲上班可採全程步行或全程騎腳踏車兩種方式通勤，其中步行的通勤時間為 60 分鐘，騎腳踏車的通勤時間以整數計時為 T 分鐘。其中 $30 \leq T \leq 40$ ，且 T 分為五個區間，其出現在各區間的機率如下表：

通勤時間	$30 \leq T < 32$	$32 \leq T < 34$	$34 \leq T < 36$	$36 \leq T < 38$	$38 \leq T \leq 40$
機率	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

例如：騎腳踏車通勤時間 T 滿足區間 $32 \leq T < 34$ 的機率為 0.2。假設甲每天通勤時間互相獨立。根據上述資料，試選出正確選項。

- (1) 若甲某一天騎腳踏車上班，則其通勤時間少於 35 分鐘的機率是 0.5
- (2) 若甲某五天皆騎腳踏車上班，則這五天上班的通勤總時間一定會少於四天騎腳踏車另一天步行的通勤總時間
- (3) 若甲某五天上班的通勤總時間為 250 分鐘，則這五天中甲一定是三天步行，兩天騎腳踏車
- (4) 若甲每天投擲一公正銅板來決定步行或騎腳踏車上班，正面則步行，反面則騎腳踏車，則甲兩天的通勤總時間至少 90 分鐘的機率是 0.75
- (5) 若甲有兩天皆騎腳踏車上班，則甲這兩天的通勤總時間至少為 76 分鐘的機率是 0.01

三、選填題（占 24 分）

說明：1. 第 A 至 C 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（8–15）。
2. 每題完全答對給 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 從三位數中任選一數，寫成 $a \times 10^2 + b \times 10 + c$ ，其中 a 是 1 到 9 的整數， b 和 c 都是

0 到 9 的整數，則 $a+b+c=9$ 的機率為 $\frac{\textcircled{8} \textcircled{1}}{\textcircled{9} \textcircled{10}}$ 。（請化成最簡分數）

2 0

B. 已知實係數多項式 $f(x)$ 除以 x^2+2 的餘式為 $x+1$ 。若 $xf(x)$ 除以 x^2+2 的餘式為 $ax+b$ ，

則數對 $(a,b)=(\underline{\textcircled{11}} \quad , \quad \underline{\textcircled{12} \textcircled{13}})$ 。

1 - 2

C. 某遊戲的規則為同時擲兩顆公正骰子一次，若兩顆點數和為 6 或者至少有一顆點數為 6，即可獲得獎金 36 元，否則沒有獎金，則這個遊戲獎金的期望值為

$\underline{\textcircled{14} \textcircled{15}}$ 元。

1 6

— — — 以下是第貳部分的非選擇題，必須在答案卷面作答 — — —

第貳部分：非選擇題（占 26 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。若因字跡潦草、未標示題號、標錯題號等原因，致評閱人員無法清楚辨識，其後果由考生自行承擔。每一子題配分標於題末。

一. 考慮坐標平面上相異五點 O 、 A 、 B 、 C 、 D 。已知向量 $\overrightarrow{OC}=3\overrightarrow{OA}$ ， $\overrightarrow{OD}=3\overrightarrow{OB}$ ，且

向量 $\overrightarrow{AB}$ 的坐標表示為 $\overrightarrow{AB}=(3,-4)$ ，試回答下列問題。

(1) 試以坐標表示向量 $\overrightarrow{DC}$ 。（5 分）

(2) 若 $\overrightarrow{OA}=(1,2)$ ，試利用二階行列式與面積的關係，求 $\triangle OCD$ 的面積。（8 分）

二. 某運輸公司欲向一汽機車製造商訂購一批重型機車（簡稱重機）和汽車。其訂購費用為重機一部 25 萬元及汽車一部 60 萬元，訂購經費上限是 5400 萬元。另此運輸公司共有 100 格停車位，每格停車位恰可停放兩部重機或是停放一部汽車。而此運輸公司每銷售 1 部重機可得淨利潤 2.3 萬元（即 2 萬 3 千元），銷售 1 部汽車則可得淨利潤 5 萬元，並假設此運輸公司可將其所訂購之重機及汽車全數銷售完畢。此運輸公司希望能在訂購經費的上限和停車位之限制下獲得最大的淨利潤。試回答下列問題。

(1) 試寫出此問題之線性規劃不等式及目標函數。（4 分）

(2) 在坐標平面上畫出可行解區域，並以斜線標示該區域。（3 分）

(3) 此運輸公司應訂購重機、汽車各多少部才能獲得最大的淨利潤？此最大淨利潤為何？（6 分）

一、 (1) 已知 $\vec{OC} = 3\vec{OA}$, $\vec{OD} = 3\vec{OB}$
 又 $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = (3, -4)$
 故 $\vec{OC} = \vec{OC} - \vec{OD} = 3\vec{OA} - 3\vec{OB}$
 $= -3(\vec{OB} - \vec{OA}) = -3(3, -4) = (-9, 12)$

(2) $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} \Rightarrow (3, -4) = \vec{OB} - (1, 2)$

$\Rightarrow \vec{OB} = (4, -2)$

故 $\vec{OC} = 3\vec{OA} = 3(1, 2) = (3, 6)$

$\vec{OD} = 3\vec{OB} = 3(4, -2) = (12, -6)$

得 $\triangle OCD$ 面积 $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 12 & -6 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |3 \times (-6) - 12 \times 6| = 45$

二、

(1) 限制条件: (设摩托车订购 x 部, 汽车订购 y 部 ($x, y \in \mathbb{N}$ 或 0))

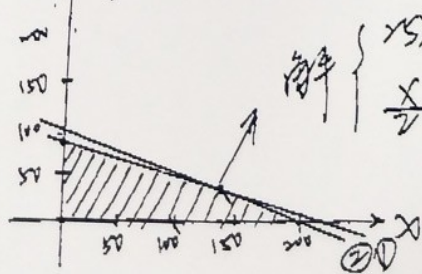
经费: $25x + 60y \leq 5400$ — ①

停车位: $\frac{x}{2} + y \leq 100$ — ②

(为速最有模式, 假设车位不停放 1 台摩托车)

目标函数: $f(x, y) = 2.3x + 5y$, 求 Max (单位: 万元)

(2)



解 $\begin{cases} 25x + 60y = 5400 \\ \frac{x}{2} + y = 100 \end{cases}$, 得 $x = 120, y = 40$

故摩托车 120 部, 汽车 40 部, 有最大
 Max
 利润 416 万.

(3) 由顶点法:

(x, y)	$(200, 0)$	$(0, 90)$	$(0, 0)$	$(120, 40)$
$f(x, y)$	460	450	0	416